

№1,2,3 дәрістік сабақтар тақырыбына арналған практикада шығарылатын есептер.

Есеп №1. $\sqrt[3]{-27i}$ түбірінің барлық мәндерін табу

Шешуі: $z = -27i$ санының модулі $|z| = 27$ және аргументі $\varphi = -\frac{\pi}{2}$.

$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{|z|} \cdot \left(\cos \frac{\varphi + 2k\pi}{n} + i \sin \frac{\varphi + 2k\pi}{n} \right), k = 0, 1, \dots, n-1.$ формуласынан

$n = 3$ болғанда, $\sqrt[3]{-27i} = \sqrt[3]{27} \left\{ \cos \frac{-\frac{\pi}{2} + 2\pi k}{3} + i \sin \frac{-\frac{\pi}{2} + 2\pi k}{3} \right\}$ аламыз.

Осыдан $k = 0, k = 1, k = 2$ үшін

$$\omega_0 = 3 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right) = 3 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - i \frac{1}{2} \right) = \frac{3\sqrt{3}}{2} - i \frac{3}{2},$$

$$\omega_1 = 3 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right) = 3(0 + i) = 3i$$

$$\omega_2 = 3 \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right) = 3 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - i \frac{1}{2} \right) = -\frac{3\sqrt{3}}{2} - i \frac{3}{2}$$

Жауабы: $\sqrt[3]{-27i} = \left\{ \frac{3\sqrt{3}}{2} - i \frac{3}{2}; 3i; -\frac{3\sqrt{3}}{2} - i \frac{3}{2} \right\}.$

Есеп №2. $ch \left(3 + i \frac{\pi}{4} \right)$ алгебралық формада көрсету.

Шешуі: $ch z = \frac{e^z + e^{-z}}{2}, e^{x+iy} = e^x (\cos y + i \sin y)$ формуласын қолдана

отырып, келесі өрнекті аламыз:

$$\begin{aligned} ch \left(3 + i \frac{\pi}{4} \right) &= \frac{1}{2} \left(e^{3+i\frac{\pi}{4}} + e^{-3-i\frac{\pi}{4}} \right) = \frac{1}{2} \left[e^3 \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) + e^{-3} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right) \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[e^3 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2} \right) + e^{-3} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - i \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \right] = \frac{1}{2} \left[\frac{\sqrt{2}}{2} (e^3 + e^{-3}) + i \frac{\sqrt{2}}{2} (e^3 - e^{-3}) \right] = \frac{\sqrt{2}}{2} ch 3 + i \frac{\sqrt{2}}{2} sh 3 \end{aligned}$$

Жауабы: $ch \left(3 + i \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} ch 3 + i \frac{\sqrt{2}}{2} sh 3$.

Есеп №3. $\sqrt[4]{\frac{1+i\sqrt{3}}{32}}$ есепте.

Есеп №4. Алгебралық формада көрсету: $\sin(\pi/4 + 2i)$